

臺灣「反問題」先驅， 王振男的跨國數學研究之旅

從

卡通《名偵探柯南》在命案現場，憑藉著蛛絲馬跡推測出兇手；到醫院透過電腦斷層掃描（CT）獲得影像訊號，

重構出人體結構、器官的影像藉以找出病灶。這兩種看似截然不同的場景，其實都利用了一個數學推理思維——「反問題」（Inverse problems）。也就是從已知的結果出發，推導出未知的原因，不同於傳統數學是從已知原因預測出結果的「正問題」過程。

近三十年來，「反問題」已在應用數學界發展為一個重要領域，而臺灣在其中亦有卓越的貢獻，這得歸功於國內「反問題」的領航者——臺灣大學應用數學科學研究所現任特聘教授王振男努力不懈的堅持和作育英才，使「反問題」研究在臺灣紮根茁壯，為學界帶來全新思維，今年更因此榮獲第六十六屆學術獎的肯定。

畢生投入研究，只盼數學能有所貢獻

「我一直希望自己的研究的數學領域能有實際貢獻，所以我喜

歡從問題出發，用研究解決學術或實際應用上的問題，而不僅僅停留在抽象層面！」提及過往的研究核心，王振男的眼神閃閃發亮，具體來說，他的學術貢獻之一，是透過不同的思維，嘗試解決「反問題」面臨的兩項挑戰：唯一性與穩定性。

他坦言：「將數學研究的內容，應用於日常生活中還有很長一段距離，所以我們研究的課題通常很難向一般大眾說明；但對於學者來說，當自己的研究在同行間受到肯定時，這本身就是一項很重要的「應用」。」

事實上，從Google學術搜尋或臺大學術典藏網站上就能看到王振男為了解決「反問題」的努力，他至今發表過上百篇研究論文，累計上千次引用次數；其中，他與團隊針對電阻抗斷層掃描（EIT）穩定性問題的相關研究，亦是少數能讓一般人近距離理解數學研究應用於日常生活的案例。

「EIT只需使用電，不像電腦斷層掃描（CT）需仰賴X光而有輻射的擔憂，也不同于磁共振造影（MRI）需要大型磁場。」



王振男

數學及自然科學

第六十六屆學術獎

臺灣大學應用數學科學研究所特聘教授

王振男解釋，BIT是利用微弱電流或電壓通過人體或物體，測量身體表面對應的電壓或電流，藉以提供關於人體或物體內部導電率的訊息，若能克服穩定性的問題、成功商業化以後，BIT將成爲一種方便又安全的醫學檢測方法，民眾在家就能自行檢測。

與國際學者攜手合作，
為「蘭迪斯猜想」帶來重大突破

除了反問題，在「唯一延拓性」的領域中，王振男也同樣取得卓越成就。

「我花了很多時間鑽研唯一延拓性。在數學研究中，許多方程序都面臨無法具體求解的情況，此時你必須瞭解這個「解」有什麼重要的性質，而唯一延拓性就是重要的性質之一。如果一個方程的解有唯一延拓性，這個解在小域的訊息一定能延伸至整個解的定義域，這就是唯一延拓性的特性，也就是「牽一髮而動全身」的觀念。」

這就好比是解謎題，雖然我們不知道具體的答案，但通過瞭解謎題的特點及規律，我們仍能找到一些有用的線索；換言之，「唯一延拓性」爲研究方程、研究反問題等領域提供一條探索「解」的新途徑。

二〇一三至二〇一四年期間，王振男藉教授休假造訪美國



芝加哥大學，開啓他與兩位偏微分方程的佼佼者——數學系教授 Carlos Kenig 和 Luis Silvestre 一起驗證蘭迪斯猜想 (Landis conjecture) 的契機。

「蘭迪斯猜想」由俄國數學家蘭迪斯 (E.M. Landis) 於一九六〇年代所提出，當時，他對薛丁格方程的「唯一延拓性」進行深入研究，因而提出一個具有挑戰性和吸引力的猜想：「在某些情況下，如果薛丁格方程的非零解在遠處變得很小很快，這個「解」的遞減速率就必須小於一個特定的速率，否則它就必須是零解。」但這個猜想，至今仍未完全獲得證明。

「儘管我們只提出部分結果，卻已是這領域的一大突破，也因此吸引不少數學家投入研究，使得近年來「蘭迪斯猜想」取得重大進展，這是我自己非常喜歡的一項研究成果」，王振男說。

帶有位能函數的「薛丁格方程」是描述粒子交互作用最基本的數學方程，它在量子力學中扮演極為重要的角色，每一個「解」都代表了一種可能的粒子狀態，有些「解」是零，也就是沒有任何粒子存在，但有些非零「解」，代表仍有一些粒子存在的可能性。一般人可能會好奇，為什麼學者關心遠處可能存在的粒子狀態？事實上，一旦知道非零解在遠處的變化規律，就能利用這個規律來判斷粒子的存在性、粒子具備的能量、是否受到其他力量的影響等，這些資訊對於數學家或是物理學家

極為重要。

只是，這些問題其實不容易回答。針對「蘭迪斯猜想」，困難的地方在於傳統上處理唯一延拓性的 Carleman 估計行不通。在二維的情形，王振男與兩位數學家巧妙地利用特殊解的表現式，成功地避開這個困境。他們的研究結果，不僅證明「蘭迪斯猜想」在某些情況下是成立的，也得到了一個精確的遞減速率，這對於「蘭迪斯猜想」是一項重要的進展，同時也彰顯出王振男在反問題及相關數學領域的深厚造詣。

比起研究成果，作育英才更讓他引以為傲

時間回到王振男就讀機械系大三的那一年，因不經意翻閱了室友隨手擱置在桌上的高等微積分，讓向來喜歡追根究底的他，從此陷入數學實事求是的魅力；直到在美國華盛頓大學應用數學系攻讀博士的第三年，那一年王振男在應數系的指導教授適逢教授休假出國，王振男有機會至數學系修課，因緣際會修到「反問題」的重量級大師 Gunter Uhlmann 教授的偏微分方程，這是王振男第一次接觸到「反問題」，從此心生嚮往，成為畢生鑽研「反問題」領域的起點。

時光荏苒，一轉眼王振男已投身數學研究三十餘年，談及學術貢獻，他直指所投入的人才培育：「我培育出不少優秀的學生，這遠比自己的研究成果更感到驕傲！」他鼓勵對數學有興趣

的學子，多接觸不同領域，不要劃地自限，若遇到研究瓶頸，也可尋找國外的研究學者一起合作。

如同當年他返臺時，是國內唯一一位偏微分方程「反問題」的研究者，意識到單打獨鬥很難有所突破，「直到二〇〇〇造訪日本群馬大學中村玄教授 (Gen Nakamura) 一起開展研究，擴展視野、激盪出新的想法，找到突破瓶頸的方法。二〇〇一有機會到美國柏克萊大學數學中心進修也是重要的關鍵，從那時起，我開始與其他學者建立共同研究的合作關係，自此學術之路越走越寬廣，也更加穩健。」

近年來，王振男轉向統計研究，跳脫傳統偏微分方程的研究領域；他笑著說：「不論是找到一個解，還是解決一個問題，最終都要問自己：「該如何計算它？」計算一直是我研究中不可或缺的一環，趁現在沒有論文（升等）的壓力，正是嘗試探索不同研究領域的絕佳時機。」

多年來，王振男對於數學的熱忱仍絲毫不減，但也正是這份對數學的熱愛，為臺灣數學界奠定紮實的「反問題」研究能量，更透過教澤廣被，讓「反問題」研究在這片土地上蓬勃發展、茁壯成長。